

Clase 20: PH para la proporción p

Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín

Pruebas de hipótesis para p



Pruebas de hipótesis para p

Queremos probar:

$$\begin{array}{lll} H_0: & p = p_0 & H_0: & p = p_0 & H_0: & p = p_0 \\ H_a: & p < p_0 & H_a: & p \neq p_0 & H_a: & p > p_0 \end{array}$$

El estadístico está dado por:

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

y Z_0 se distribuye $N(0, 1)$. Este procedimiento se usa cuando $n \rightarrow \infty$.

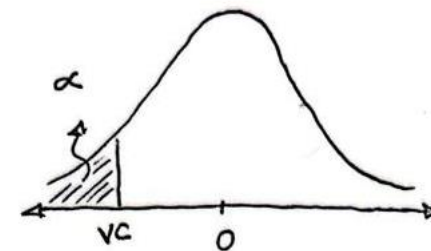
Cálculo del *valor* – P

- Si $H_a: \mu < \mu_0$
 $\text{valor} - P = P(Z \leq -z_0).$
- Si $H_a: \mu \neq \mu_0$
 $\text{valor} - P = 2 \times P(Z \geq |z_0|).$
- Si $H_a: \mu > \mu_0$
 $\text{valor} - P = P(Z \geq z_0).$

Regiones de rechazo

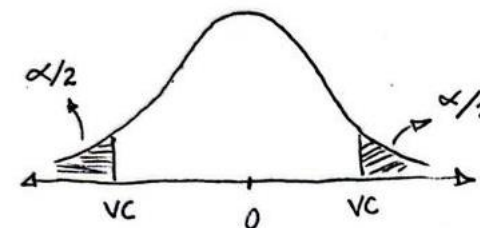
- Si $H_a: \mu < \mu_0$

Se rechaza H_0 si $z_0 < -z_\alpha$



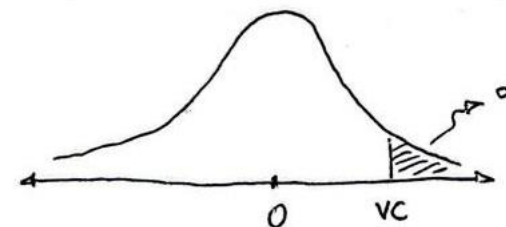
- Si $H_a: \mu \neq \mu_0$

Se rechaza H_0 si $|z_0| > z_{\alpha/2}$



- Si $H_a: \mu > \mu_0$

Se rechaza H_0 si $z_0 > z_\alpha$



Ejemplo

Un fabricante de un quitamanchas afirma que su producto quita 90 por ciento de todas las manchas, sin embargo, **se sospecha que ese porcentaje es muy elevado.**

Para poner a prueba esta afirmación se toman 200 camisetas manchadas de las cuales a solo 174 les desapareció la mancha. Pruebe la afirmación del fabricante a un nivel $\alpha = 0.05$.



Ejemplo

Paso 1. Definir las hipótesis

$$H_0: p = 0.90$$

$$H_a: p < 0.90$$

Paso 2. Calcular el estadístico

De la muestra tenemos que:

$$n = 200$$

$$x = 174$$

$$\hat{p} = \frac{174}{200} = 0.87$$

Ejemplo

Por tanto el estadístico es:

$$z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.87 - 0.90}{\sqrt{\frac{0.90(1 - 0.90)}{200}}} = -1.414$$

Ejemplo

Paso 3. Calculando el valor crítico v_c .

Como $\alpha = 0.05$ y la hipótesis alterna es $H_a: p < 0.90$, el valor crítico sería

$$v_c = -z_\alpha = -z_{0.05} \approx -1.65$$

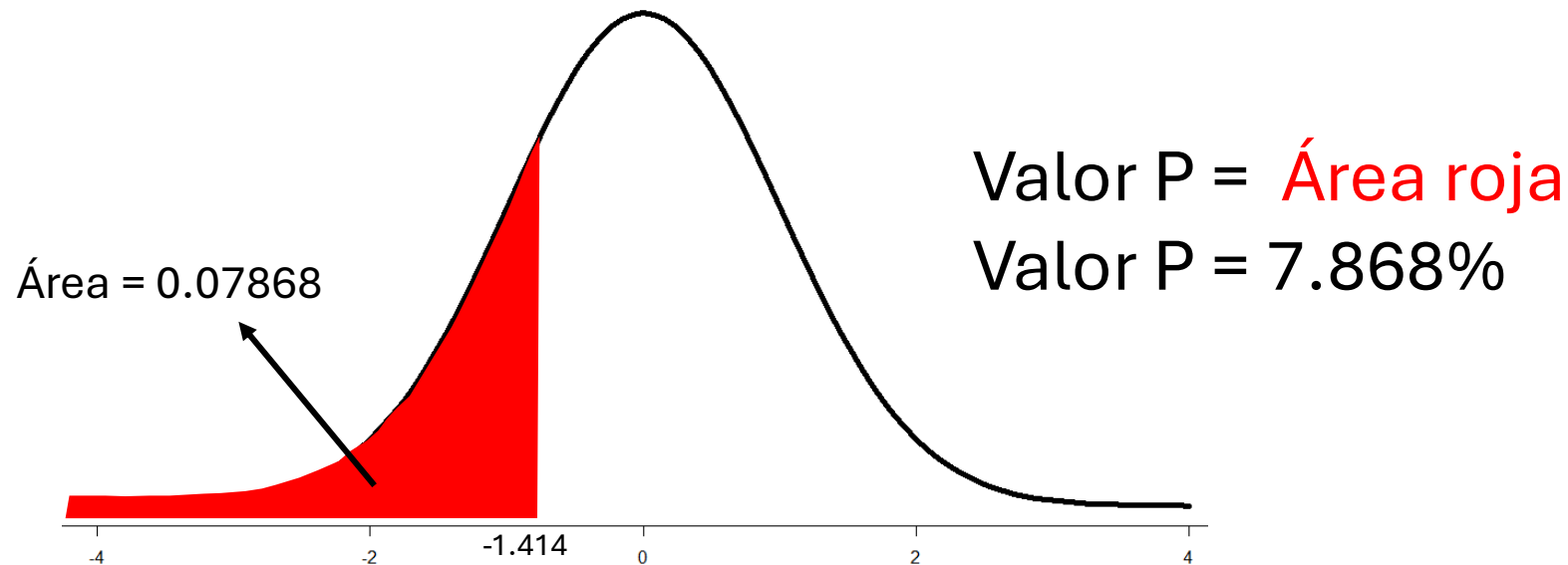
Paso 4. Conclusión.

Como $z_0 = -1.414$ y es menor que el $v_c = -1.65$, entonces NO rechazamos H_0 . No hay evidencias suficientes para afirmar que el detergente no limpia el 90% de todas las manchas, en otras palabras, se puede aceptar la afirmación del fabricante.

Forma alternativa usando *valor-P*

Paso 3. Calcular el *valor-P*.

Para obtener el valor-P en R usamos `pnorm(q=-1.414)` y eso nos dá un valor de 0.07868095, así



Ejemplo

Paso 4. Tomar la decisión.

Como $\text{valor-}P = 0.07868 > \alpha$, entonces NO RECHAZAMOS H_0 .

No hay evidencias suficientes para afirmar que el detergente no limpia el 90% de todas las manchas, en otras palabras, se puede aceptar la afirmación del fabricante.

Ejemplo usando `prop.test`

```
prop.test(x=174, n=200, p=0.9, alternative='less', correct=FALSE)
```

y el resultado obtenido es:

1-sample proportions test without continuity correction

data: 174 out of 200, null probability 0.9

X-squared = 2, df = 1, p-value = 0.07865

95 percent confidence interval:

0.0000000 0.9042273

alternative hypothesis: true p is less than 0.9

Intervalo de confianza

Valor de $(z_0)^2$

valor-P