

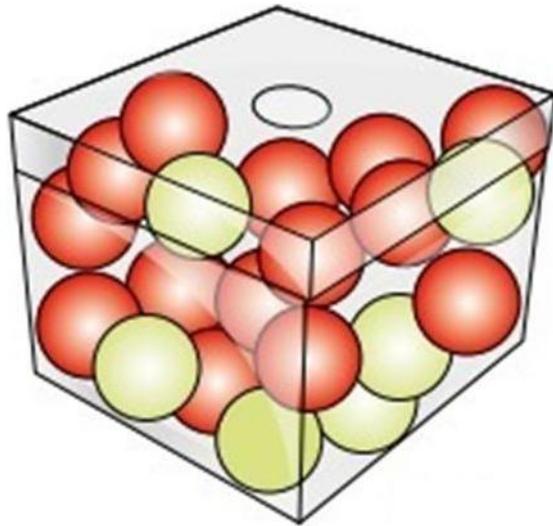
# Clase 1

Espacios muestrales y eventos. Axiomas de Probabilidad. Interpretación y propiedades de la medida de Probabilidad

# Ilustración de algunos objetos



# Ilustración de algunos objetos

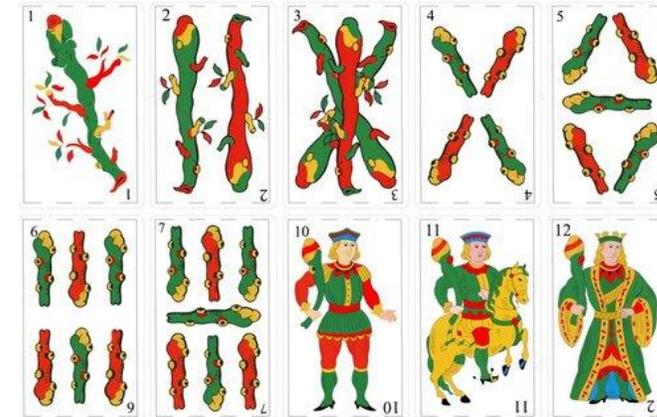
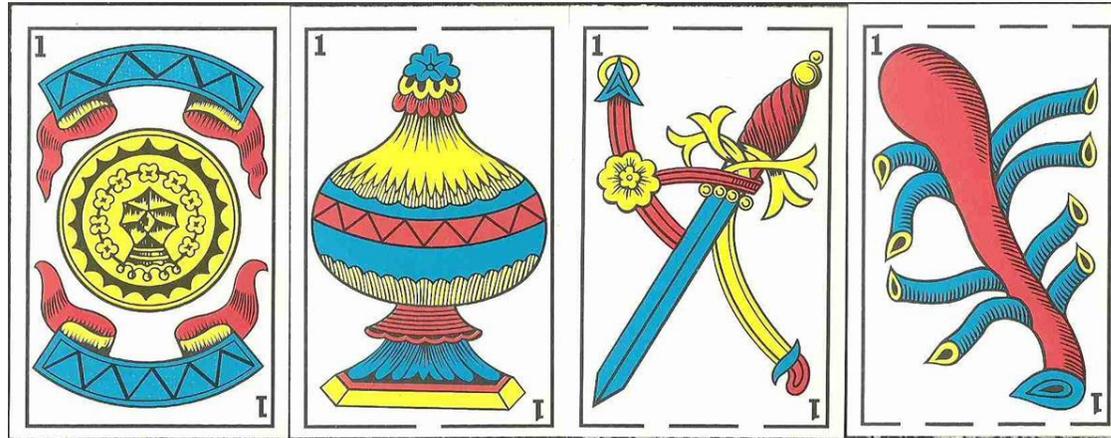
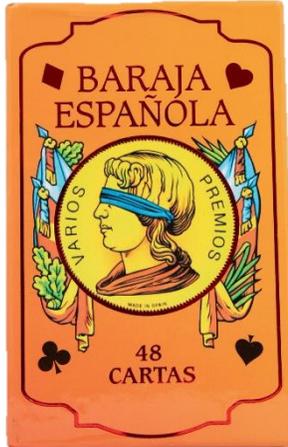


VEA INSTRUCCIONES AL DORSO

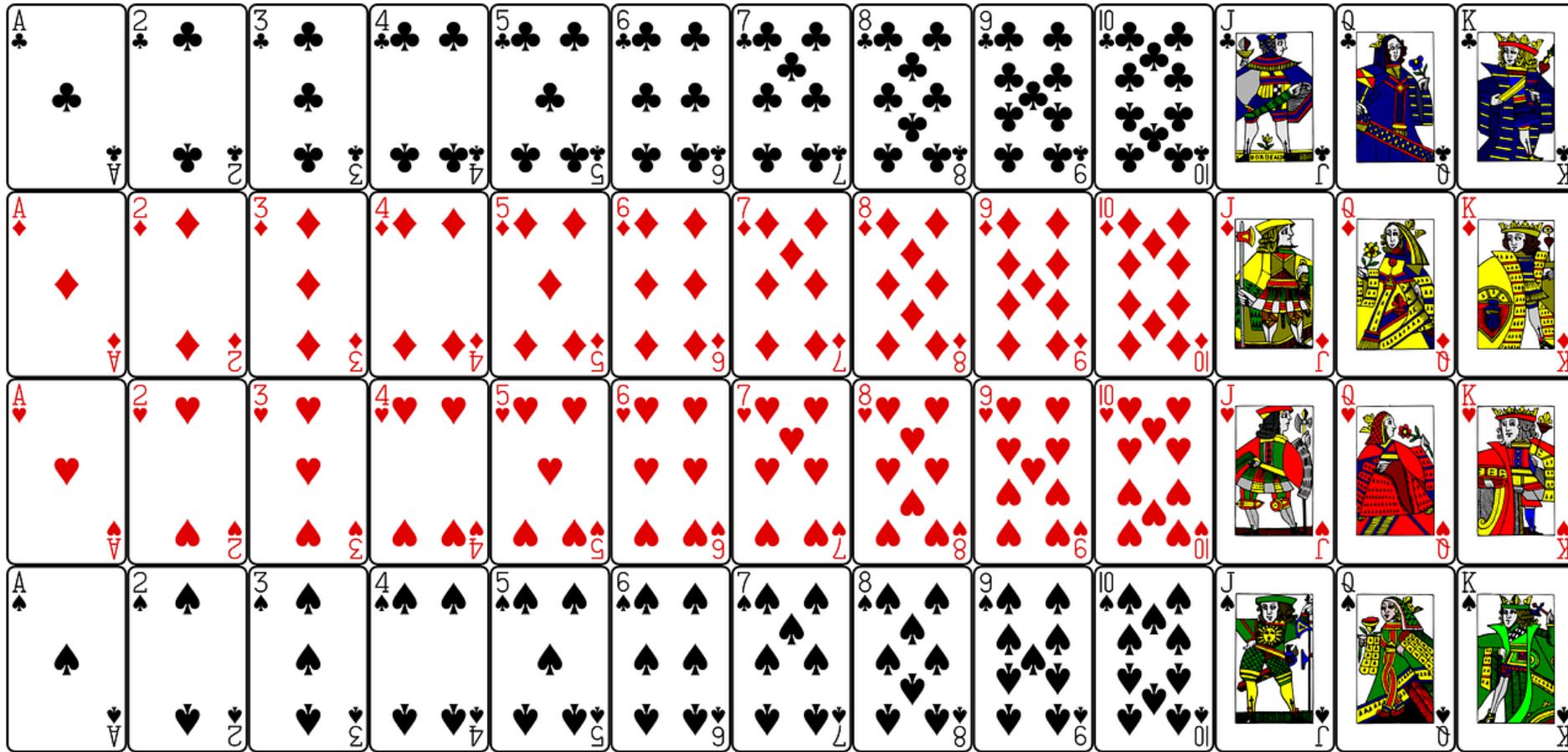
Sorteos Adicionales	PANEL A	PANEL B	PANEL C	PANEL D	PANEL E
1	1 2 3 4	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
2	6 7 8 9 10	6 7 8 9 10	6 7 8 9 10	6 7 8 9 10	6 7 8 9 10
3	11 12 13 14 15	11 12 13 14 15	11 12 13 14 15	11 12 13 14 15	11 12 13 14 15
4	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20
5	21 22 23 24 25	21 22 23 24 25	21 22 23 24 25	21 22 23 24 25	21 22 23 24 25
6	26 27 28 29 30	26 27 28 29 30	26 27 28 29 30	26 27 28 29 30	26 27 28 29 30
7	31 32 33 34	31 32 33 34 35	31 32 33 34 35	31 32 33 34 35	31 32 33 34 35
8	36 37 38 39 40	36 37 38 39 40	36 37 38 39 40	36 37 38 39 40	36 37 38 39 40
	41 42 43 44 45	41 42 43 44 45	41 42 43 44 45	41 42 43 44 45	41 42 43 44 45
	Automática <input type="checkbox"/>				
	Nulo <input type="checkbox"/>				

**Baloto**  
Autoriza COLJUEGOS

# Ilustración de algunos objetos



# Ilustración de algunos objetos



# Situaciones reales o hipotéticas



# Experimento aleatorio

Un experimento aleatorio es cualquier acción o proceso cuyo resultado está sujeto a la incertidumbre. Se conocen los posibles resultados, pero no se sabe de antemano cual va a ocurrir.

## Ejemplos:

- Lanzar una moneda.
- Lanzar un dado.
- Resultado final de un partido de fútbol.
- Jugar la lotería.

# Espacio muestral

El espacio muestral se denota por la letra  $S$  y es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

## Ejemplo:

Se lanza una moneda al aire. ¿Cuál será el espacio muestral?

Solución:

$$S = \{cara, sello\}$$



## Ejemplo:

Se lanza dado de seis caras. ¿Cuál será el espacio muestral?

Solución:

$$S = \{4, 5, 1, 2, 3, 6\}$$



# Ejercicio 2.1 tomado de Devore (2012)

1. Cuatro universidades, 1, 2, 3 y 4, están participando en un torneo de básquetbol. En la primera ronda, 1 jugará con 2 y 3 jugará con 4. Acto seguido los ganadores jugarán por el campeonato y los dos perdedores también jugarán. Un posible resultado puede ser denotado por 1324 (1 derrota a 2 y 3 derrota a 4 en los juegos de la primera ronda y luego 1 derrota a 3 y 2 derrota a 4).
  - a. Enumere todos los resultados en  $\mathcal{S}$ .

# Evento

Un evento es un subconjunto del espacio muestral  $S$ . Los eventos se denotan usualmente con las letras  $A, B, C, \dots$

## Ejemplo:

Se lanza dado de seis caras. Si el evento  $A$  es que el resultado sea divisible por 3, ¿cuáles son los elementos del evento  $A$ ?

Solución:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$A = \{3, 6\}$$



# Evento nulo o vacío

El evento nulo o vacío se denota por  $\emptyset$  y se caracteriza por ser un conjunto sin elementos, es decir  $\emptyset = \{ \}$ .

## Ejemplo:

Se lanza dado de seis caras. Si el evento  $D$  es que el resultado sea mayor que 10, ¿cuáles son los elementos del evento  $D$ ?

Solución:

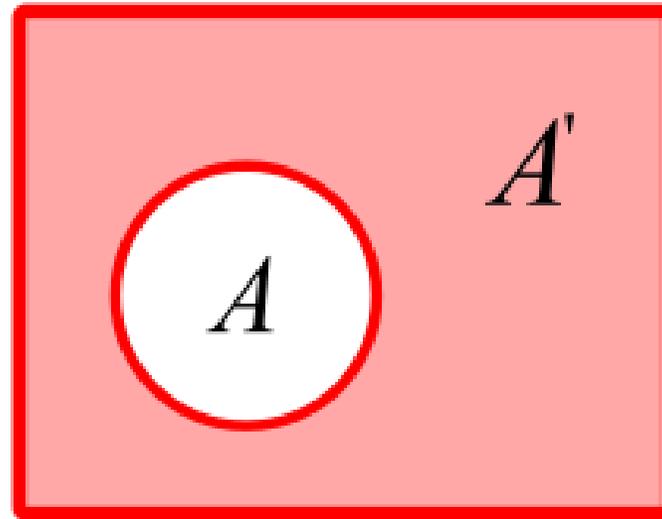
$$S = \{4, 5, 1, 2, 3, 6\}$$

$$D = \{ \} = \emptyset$$



# Complemento de un evento

El complemento de un evento  $A$  se puede denotar de dos formas:  $A^c$  o  $A'$  y representa los elementos que NO están en  $A$ .



# Ejercicio 2.1 tomado de Devore (2012)

1. Cuatro universidades, 1, 2, 3 y 4, están participando en un torneo de basquetbol. En la primera ronda, 1 jugará con 2 y 3 jugará con 4. Acto seguido los dos ganadores jugarán por el campeonato y los dos perdedores también jugarán. Un posible resultado puede ser denotado por 1324 (1 derrota a 2 y 3 derrota a 4 en los juegos de la primera ronda, y luego 1 derrota a 3 y 2 derrota a 4).
  - b. Que  $A$  denote el evento en que 1 gana el torneo. Enumere los resultados en  $A$ .
  - c. Que  $B$  denote el evento en que 2 gana el juego de campeonato. Enumere los resultados en  $B$ .

# Ejercicio

Se lanzan dos dados de seis caras, uno azul y otro rojo. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es a lo sumo 3.

B: La suma de los resultados es múltiplo de 5.

C: El producto de los resultados obtenidos es 7.

Escriba por extensión los eventos A, B y C.



						
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

# Número de elementos de un conjunto

Si  $A$  es un conjunto, el número de elementos lo podemos denotar por  $\#(A)$ .

## Ejemplo:

Se lanza una moneda al aire. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

Solución:

$$S = \{cara, sello\}$$

$$\#(S) = 2$$

# Tarea

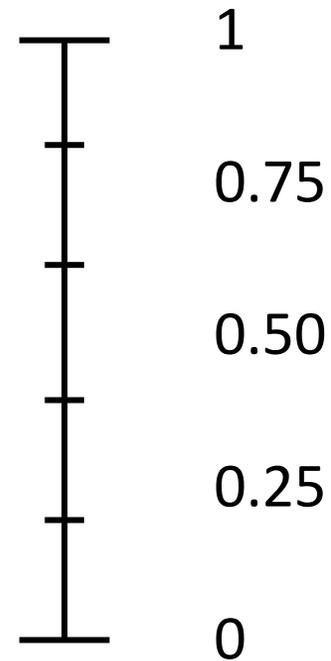
- Recordar la utilidad de los diagramas de Venn.
- Consultar las operaciones entre conjuntos.
- Consultar las propiedades de las operaciones entre conjuntos.



# ¿Qué es la probabilidad?

La probabilidad es una medida de la posible ocurrencia de un evento  $A$ .

$P(A)$



# Axiomas de probabilidad

Sea  $S$  un espacio muestral y  $A$  un evento en  $S$ .

1)  $P(A) \geq 0$

2)  $P(S) = 1$

3) Si  $A_1, A_2, A_3, \dots$  es un colección infinita de eventos mutuamente excluyentes, entonces

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

# Enfoques para calcular probabilidades

Clásico:

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)}$$

Frecuentista:

$$P(A) = \frac{N^\circ \text{ veces que se presentó } A}{N^\circ \text{ veces que se observó el experimento}}$$

Subjetivo:

$$P(A) = \textit{criterio de un experto}$$

# Ejercicio

Se lanzan al aire tres monedas. Considere los siguientes eventos:

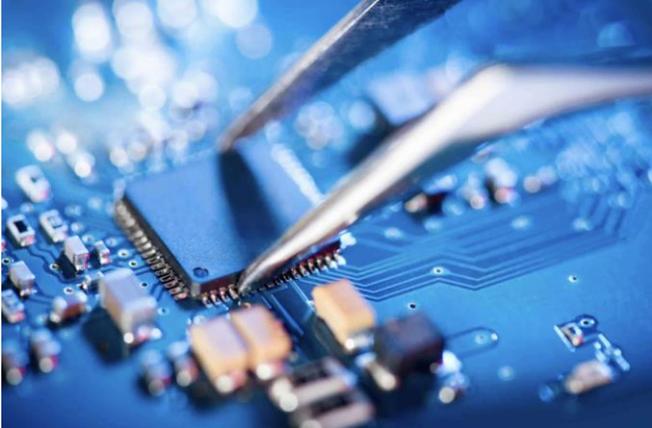
1.  $A$  el evento de que se observen al menos dos caras.
2.  $B$  el evento de que se observe un solo sello.
3. Que se observe  $A$  y  $B$  al mismo tiempo.



$$S = \left\{ \begin{array}{l} CCC \\ CCS \\ CSC \\ CSS \\ SCC \\ SCS \\ SSC \\ SSS \end{array} \right\}$$

# Ejercicio

La siguiente tabla presenta la historia de 940 productos de un proceso de fabricación de semi-conductores.



		Revisión Electrónica		Total
		SI	NO	
Contaminación Alta	SI	246	112	358
	NO	68	514	582
	Total	314	626	940

# Ejercicio

Suponga que se elige **uno** al azar, calcular las probabilidades de los siguientes eventos:

1.  $A$ : que el semi-conductor tenga altos niveles de contaminación.
2.  $B$ : que el semi-conductor haya pasado por un proceso de revisión electrónica.
3. Que el producto tenga altos niveles de contaminación y haya pasado por revisión electrónica.
4. Que el producto tenga altos niveles de contaminación y no pase por revisión electrónica.

$A$

$B$

Contaminación  
Alta

		Revisión Electrónica		Total
		SI	NO	
Contaminación Alta	SI	246	112	358
	NO	68	514	582
Total		314	626	940

# Teoremas

1.  $0 \leq P(A) \leq 1$

2.  $P(\phi) = 0$

3.  $P(A') = 1 - P(A)$ , donde  $A'$  es el complemento de  $A$ .  
 $P(A) = 1 - P(A')$

4. Si  $A \subseteq B$ , entonces  $P(A) \leq P(B)$ .

5.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

6.  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

# Tarea

Consultar en el texto las demostraciones de las propiedades anteriores y sus ejemplos.

